

球面鏡像の球面定在波による質量獲得のしくみ

A Mass Model Based on Spherical Standing Waves Symmetrical with Respect to a Sphere

戸上 良弘

Yoshihiro TOGAMI

あらまし

球面に対して互いに鏡像の関係（球面对称）にある一対の球面定在波について考察した。球状鏡面の外側の波動である外向きの球面定在波は、外径が拡大する波動モードをもつ。球状鏡面の内側の波動である内向きの球面定在波は、内径が縮小する波動モードをもつ。それぞれの波動モードについてエネルギーの計算を行なった。

内向きの球面定在波の内径が、全体の質量を規定するパラメータであることを示した。

1. はじめに

宇宙はどのようにしてできたのだろうか。真空からどのようにして質量をもつ素粒子が生まれたのだろうか。粒子（物質）と反粒子（反物質）は同数できたはずなのに、どうしてこの宇宙には反物質が見当たらないのだろうか。疑問は尽きない。

素粒子の理論である標準模型では、ヒッグス場が質量獲得のメカニズムを説明するものと期待されている。超ひも理論においては、重力を含むすべての力を統一する理論として期待されている。本論文では球面定在波という新たな別の視点から上記のなぞ解きに臨みたい。

たとえば球状の物体であるボールには、表面と裏面がある。しかし通常は表面しか見えない。ボールをいくら力強く壁にぶつけても、裏面が見えることはない。裏面を見るには表面に切り目を入れて裏返せばよいが、それではボールとは呼べなくなる。本論文は球の裏面（内面）を鏡像というアイデアで想像してみた一つの仮説である。

2. 球面定在波

複素振幅をもつ球面波は内部波動を考慮することで定在波ととらえることができる。自己共振によって定まる固有振動数（波数）と内部エネルギーによって定まる内径と外径をもち、波動の存在区間が定まっているのが特徴である。ここではその球面定在波についてこれまでの考察をまとめておく [1-4]。

2. 1 外向きの球面定在波

基本的な球面定在波のポテンシャル波動は以下の式 (1) で表される.

$$\varphi(r, t) = \frac{q_0 e^{i(\omega t - kr)}}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (a \leq r \leq b) \quad (1)$$

ここで, r は中心からの距離 (半径) 変数, t は時間変数, ω は角周波数, k は波数である. e は自然対数の底, i は虚数単位であり, $e^{i(\omega t - kr)}$ は位相を表している. 内径は a , 外径は b で, 波動の存在範囲は $a \leq r \leq b$ である.

球面波であるから振幅は半径 r に反比例するが, その比例定数に相当するものが q_0 である. つまり q_0 は振幅係数であり, 波源の大きさを表している. ϵ_0 は真空の誘電率であり, 位相の項 $e^{i(\omega t - kr)}$ を除いて静的に見れば, 点電荷 q_0 が作るポテンシャルと同じ式になる. よって結果的に q_0 は電荷の大きさに等しいと考えてよい. 見方を変えれば, 式 (1) は電荷の大きさが時間変化する複素点電荷 $q_0 e^{i\omega t}$ が作る遅延ポテンシャルと捉えることもできる [2].

式 (1) の実部を取れば, 次式 (2) で表される.

$$\text{Re}[\varphi(r, t)] = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{\cos(\omega t - kr)}{r} \quad (2)$$

式 (2) は, 等位相面が外側に移動する外向きの球面波を表している. そこで式 (1) で表される波動を「外向き球面定在波」と呼ぶことにする. 図 1 にその模式図を示す.

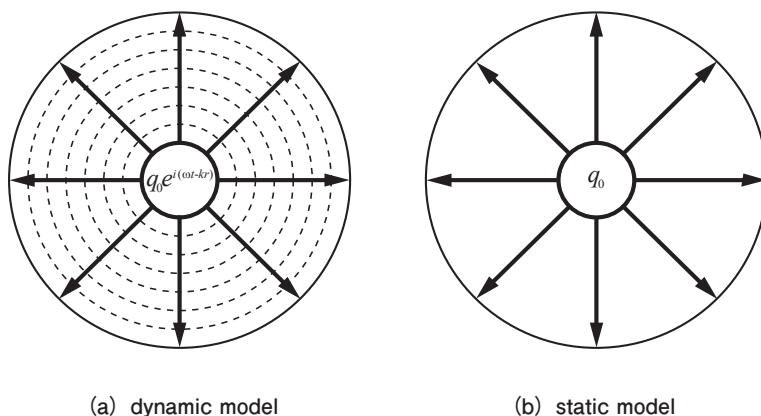


図 1 外向き球面定在波の模式図

Fig. 1. Model of outgoing spherical standing wave.

2.2 複素振幅を持つ球面波の内部波動

複素振幅をもつ波動式 (1) は、恒等的に以下のような式 (3) に分解できる。

$$\varphi(r, t) = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{2} \frac{e^{i(\omega t - kr)}}{r} + \frac{1}{2} \frac{e^{i(\omega t + kr)}}{r} \right) + \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{2} \frac{e^{i(\omega t - kr)}}{r} - \frac{1}{2} \frac{e^{i(\omega t + kr)}}{r} \right) \quad (3)$$

式 (3) の右辺第一項は外向きの球面波と内向きの球面波を和によって合成した波動であり、媒質の圧力変化を表す波動である。また、右辺第二項は外向きの球面波と内向きの球面波を差によって合成した波動であり、媒質の流れを表す波動である。

指数関数と三角関数の関係を用い、虚数係数を時間的位相のずれと捉えれば、式 (3) はさらに以下のような式 (4) で表現できる。

$$\varphi(r, t) = \frac{q_0 e^{i\omega t}}{4\pi\epsilon_0 r} \cos kr + \frac{q_0 e^{i(\omega t - \pi/2)}}{4\pi\epsilon_0 r} \sin kr \quad (4)$$

図2はこの式 (4) を図式化したものである。時間的位相の90度ずれた二種類の空間的定在波が時間的位相 ω で回転している状態と見る事ができる [2]。

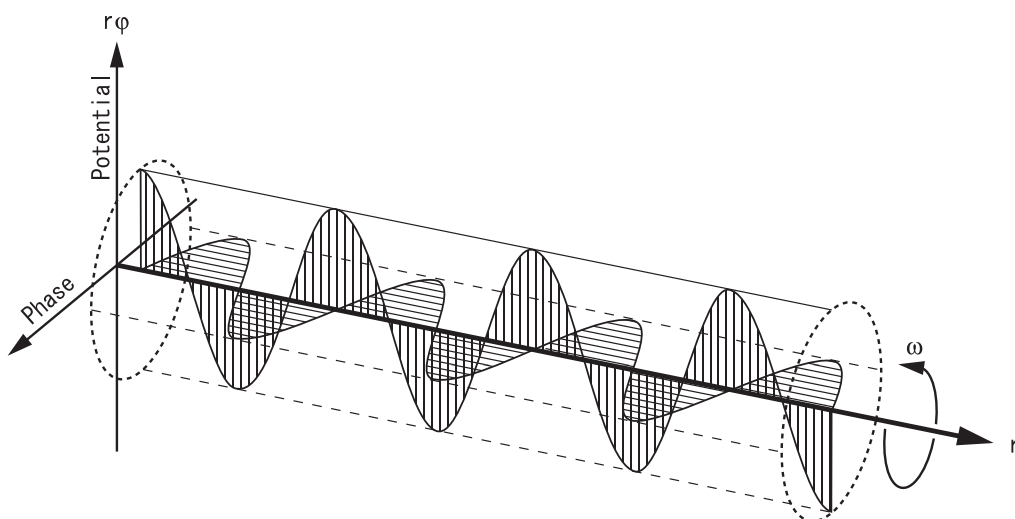


図2 複素振幅をもつ球面定在波の内部波動

Fig. 2. Internal wave motion of the spherical standing wave with complex amplitude.

2.3 球面定在波の内部エネルギー

一般に電界 E によって作られるエネルギー密度は $(1/2)\epsilon_0 E E^*$ で表される。球面定在波の内部波動の振幅は外部波動の振幅の1/2であること、共役な波動が内在していることから、エネルギー密度は $\epsilon_0 (E/2) (E^*/2)$ で計算する [3]。

$$\begin{aligned}
 E &= -\frac{\partial \varphi(r,t)}{\partial r} = \frac{\varphi(r,t)}{r} + ik\varphi(r,t) \\
 E^* &= -\frac{\partial \varphi^*(r,t)}{\partial r} = \frac{\varphi^*(r,t)}{r} - ik\varphi^*(r,t) \\
 \varepsilon_0 \left(\frac{E}{2} \right) \left(\frac{E^*}{2} \right) &= \frac{\varepsilon_0}{4} \left(\frac{\varphi\varphi^*}{r^2} + k^2\varphi\varphi^* \right) = \frac{q_0^2}{64\pi^2\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r^4} + \frac{k^2}{r^2} \right)
 \end{aligned} \tag{5}$$

内径 a と外径 b の区間 $[a, b]$ に蓄えられるエネルギーは次式 (6) で求められる。

$$U = \int_a^b \frac{q_0^2}{64\pi^2\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r^4} + \frac{k^2}{r^2} \right) 4\pi r^2 dr = \frac{q_0^2}{16\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) + \frac{q_0^2}{16\pi\varepsilon_0} k^2 (b-a) \tag{6}$$

2. 4 内部共振条件

式 (6) の右辺の第一項は電氣的エネルギーを表しており，第二項は磁氣的エネルギーを表している。この球面定在波が安定して存在するためには，両者のエネルギーが等しく，内部共振状態にあると考える。このとき，共振条件は次式 (7) で表される [1,2]。

$$k^2 ab = 1 \tag{7}$$

真空の誘電率 ε_0 と真空の透磁率 μ_0 と光速 c の関係式， $c^2\varepsilon_0\mu_0=1$ を用いると次式 (8) のように表すこともできる。

$$U = \frac{q_0^2}{8\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) = \frac{q_0^2}{8\pi\varepsilon_0} k^2 (b-a) = \frac{\mu_0 q_0^2}{8\pi} c^2 k^2 (b-a) \tag{8}$$

3. 球面鏡像の内向き球面定在波

これまでは，内側の内径に波源が存在する外向きの球面定在波を考えてきた。ここでは外側の外径に波源が存在する内向きの球面定在波を考える。

3. 1 空間反転

式 (1) で表される外向き球面定在波の半径を表す変数 r の符号を逆にし，空間を反転させる鏡像変換，すなわちパリティ変換を行うと次式 (9) のようになる。

$$P\varphi(r, t) = \varphi(-r, t) = -\frac{q_0 e^{i(\omega t + kr)}}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (9)$$

式 (9) の実部を考えれば，等位相面が内向きに移動するので内向きの球面波である．すなわち，周辺にある波源から中心の吸収源に吸収されるように見える波動である．そこで式 (9) で表される波動を「内向き球面定在波」と呼ぶことにする．

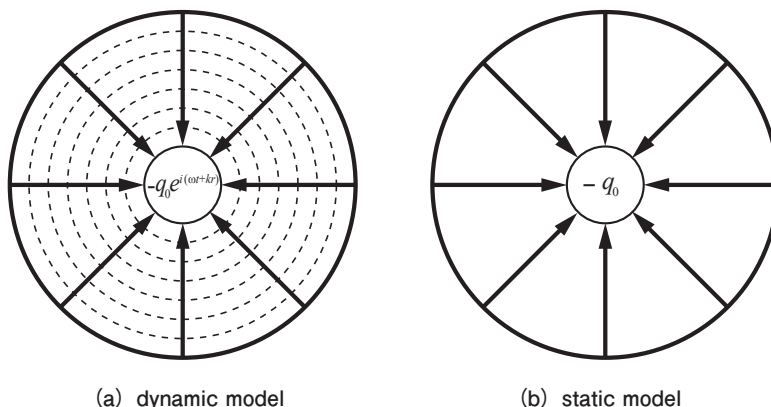


図3 内向き球面定在波の模式図

Fig. 3. Model of incoming spherical standing wave.

図3に内向き球面定在波の模式図を示す．位相項 $e^{i(\omega t + kr)}$ を除いて静的に見れば，図3 (b) のように周辺にあるプラスの表面電荷から中心の負電荷に向かって電気力線が生じているように見ることができる．

この内向き球面定在波の内部エネルギーは，式 (5) で計算した外向き球面定在波の場合と同様に計算すれば，式 (6) と同じエネルギーの式が得られる．

3.2 球面鏡像変換

図4は鏡像変換したときの波動の向きと位相回転の方向を示した模式図である．波動の向きは反転し，回転方向は同じ向きとなる．そのため，対称面の右側（球面对称の場合は外側）の波動が右ネジを進める方向に進む波動とすれば，対称面の左側（球面对称の場合は内側）の波動は左ネジを進める方向に進む波動となる．

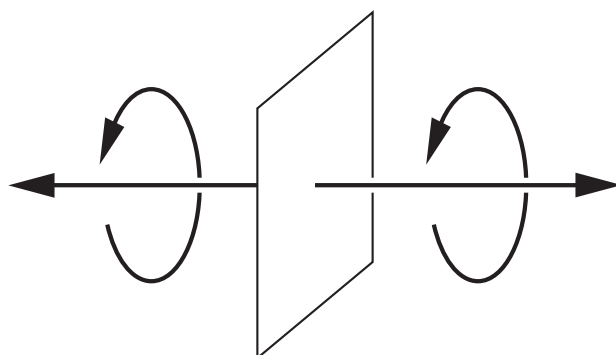


図4 向きと回転方向の鏡面反転

Fig. 4. Mirror inversion of direction and rotation.

ここで、波源となる球面（半径 r_0 ）を対称面として互いに鏡像関係にある一対の球面定在波を考える．球状対称面の外側には内径 $a_{out}=r_0$ 、外径 b_{out} の外向きの球面定在波が、球状対称面の内側には内径 a_{in} 、外径 $b_{in}=r_0$ の内向きの球面定在波が同時に生成されるものとする．

鏡像として生成される場合、それぞれの内径と外径には次の式（10a）あるいは式（10b）の関係式が成り立つ．

$$\frac{b_{in}}{a_{in}} = \frac{b_{out}}{a_{out}} \quad (10a)$$

$$a_{in} b_{out} = r_0^2 \quad (r_0 = a_{out} = b_{in}) \quad (10b)$$

この関係を図式化したものが図5である．

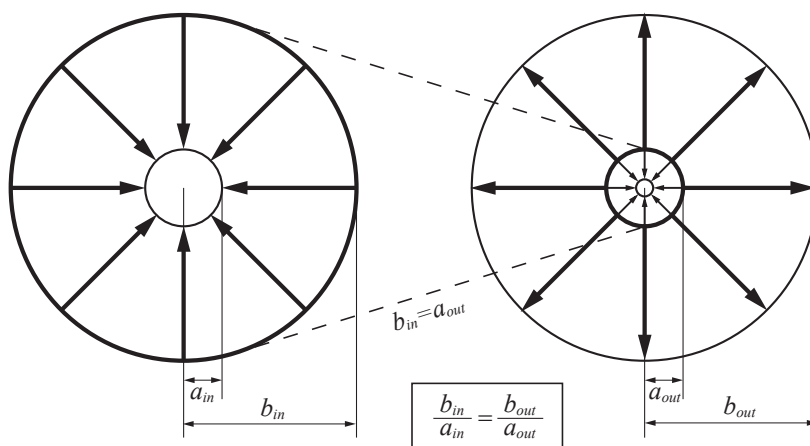


図5 球面鏡像の外向き球面定在波と内向き球面定在波

Fig. 5. A pair of spherical standing waves (outgoing and incoming) symmetrical with respect to a sphere.

4. 波動モードとエネルギー

球面鏡像関係（球対称）にある外向き球面定在波と内向き球面定在波にはそれぞれ異なる波動モードが考えられる．外向き球面定在波は内径が固定され，外径がより外側に膨張する波動モードである．内向きの球面定在波は外径が固定され，内径がより内側に収縮する波動モードである．

4.1 内径固定で外径が膨張する波動モード

図6のように内径 a が固定されており，共振条件を保ちながら外径 b が外側に移動する場合を考える．

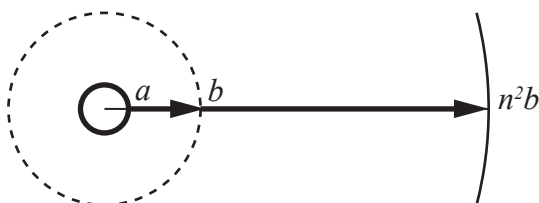


図6 外向き球面定在波の波数 $1/n$ 倍モード

Fig. 6. Wave number $1/n$ mode (outgoing spherical standing wave).

これは波数 k が $1/2$ 倍， $1/3$ 倍…， $1/n$ 倍なる場合の波動モードである．この場合，式 (7) の共振条件の波数 k を k/n に置き換えた式 (11) の共振条件から，外径 b は n^2b に移動（膨張）することが分かる．

$$\left(\frac{k}{n}\right)^2 \cdot a \cdot n^2b = 1 \quad (11)$$

この場合のエネルギー $U_{1/n}$ は次式 (12a) で表される．

$$U_{1/n} = \frac{\mu_0 q_0^2}{8\pi} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{n^2b} \right) c^2 \quad (12a)$$

また， $a \ll b$ の場合，次式 (12b) のように近似される．エネルギーは n の値によらずほぼ一定であり，内径 a に反比例することが分かる．

$$U_{1/n} = \frac{\mu_0 q_0^2}{8\pi a} c^2 \quad (a \ll b) \quad (12b)$$

4.2 外径固定で内径が縮小する波動モード

図 7 のように外径 b が固定されており、共振条件を保ちながら内径 a がさらに内側に移動する場合を考える。

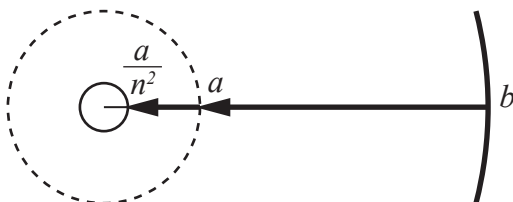


図 7 内向き球面定在波の波数 n 倍モード

Fig. 7. Wave number n mode (incoming spherical standing wave).

これは波数 k が 2 倍、3 倍…、 n 倍となる場合の波動モードである。この場合、式 (7) の共振条件の波数 k を nk に置き換えた式 (13) の共振条件から、内径 a は内径 a/n^2 に移動（収縮）することが分かる。

$$(nk)^2 \cdot \frac{a}{n^2} \cdot b = 1 \quad (13)$$

この場合のエネルギー U_n は次式 (14a) のように表される。

$$U_n = \frac{\mu_0 q_0^2}{8\pi} \left(\frac{n^2}{a} - \frac{1}{b} \right) c^2 \quad (14a)$$

また、 $a \ll b$ の場合、次式 (14b) のように近似される。エネルギーは、 n^2 に比例し、内径 a に反比例することが分かる。

$$U_n = \frac{\mu_0 q_0^2}{8\pi a} n^2 c^2 \quad (a \ll b) \quad (14b)$$

4.3 質量と質量数

球面定在波は共振条件によって定まる内径と外径の間に波動が存在する。そのためアインシュタインのエネルギーと質量の関係式から、質量を容易に求めることができる。

図 5 のような球面对称関係にある一対の球面定在波において、それぞれの半径が、 $a_{\text{in}} \ll b_{\text{in}} = a_{\text{out}} \ll b_{\text{out}}$ の関係にある場合を考える。外側の球面定在波の質量（エネルギー）は式 (12b) から計算し、内側の球面定在波の質量（エネルギー）は式 (14b) から計算する。質量（エネルギー）は内径に反比例するので、球面对称にある一対の球面定在波全体の質量は、内径

がより小さい内側の球面定在波の内径 a_{in} に依存することがわかる。その質量 m_n は式 (15) で表わされる。

$$m_n = \frac{\mu_0 q_0^2}{8\pi a} n^2 \quad (a = a_{in} \ll b_{in}, \quad n = 1, 2, 3 \dots) \quad (15)$$

波動のモードである n の値が異なれば、同じ空間を複数のモードの波動で占めることができる。つまり質量は各モードの質量の和として求めることができる、ということである。 $n=1$ のときの質量 m_1 を基準として質量数を考えれば、たとえば $n=2$, $n=4$ の波動モードで作られる球面定在波の質量数は次式 (16) のように計算できる。

$$\frac{1}{m_1} (m_2 + m_4) = 4 + 16 = 20 \quad (16)$$

5. おわりに

球面鏡像関係（球対称）にある一対の球面定在波を考えたところ、球状対称面の外側の波動は全体の大きさを規定し、球状対称面の内側の波動は全体の質量を規定することが分かった。

もともと球面定在波の理論は、点電荷というものが静的な存在ではなく、時間的に振動する動的な存在であるという仮説から出発している [5]。動的と考えるか静的と考えるかは、視点の違いだけであり、少なくとも電子の波動関数を考える上では両者に大きな違いはない [4]。しかし視点の違いというのは、ときに複雑な理論を単純な理論に置き換える道具となり得る。たとえば地球が静止していると考えるか、太陽の周りを動いていると考えるかというのは単に視点の違いだけであるが、その違いは大きい [6]。

標準模型といわれるクォーク理論など、既存の原子核内のモデルとの整合性は今後の検討課題である。

謝辞

電気の基礎を大阪大学基礎工学部電気工学科（現在は電子物理科学科）において学ぶことができたことに感謝する。人間の認知能力について同大学大学院言語文化研究科で考察することができたことに感謝する。本論文をまとめる場を与えられた帝塚山学院大学人間科学部に感謝する。論文をまとめるにあたり内助を惜しまなかった家族に感謝する。

参考文献

- [1] 戸上良弘, 「同心球面対における共振回路」, 帝塚山学院短期大学 研究年報 46, pp.62-74, 1998.

- [2] 戸上良弘, 「球面定在波の内部エネルギー構造に関する考察」, 帝塚山学院大学・人間文化学部 研究年報 第 7 号, pp.143-152, 2005.
- [3] 戸上良弘, 「球面定在波のエネルギー遷移に関する考察」, 帝塚山学院大学・人間文化学部 研究年報 第 8 号, pp.121-129, 2006.
- [4] 戸上良弘, 「球面定在波の波動関数と量子数に関する考察」, 帝塚山学院大学・人間文化学部 研究年報 第 9 号, pp.123-133, 2007.
- [5] 戸上良弘, 「点電荷の複素ポテンシャル表現とその意味について」, 帝塚山学院短期大学 研究年報 45, pp.95-110, 1997.
- [6] 戸上良弘, 「科学とは何か ―科学を科学することによって―」, 帝塚山学院短期大学 研究年報 44, pp.157-184, 1996.

(2009 年 9 月 30 日受付)